Primer Recuperatorio Análisis III - 6 de junio de 2019.

Para aprobar, se requiere resolver correctamente 4 ítems.

Curso:

Padrón: **Nombre:**

1. Estudiar la derivabilidad de la función $f(z) = e^{x^2+iy^2}$. ¿Es holomorfa en algún punto?
2. Sea C el rectángulo de vértices -4-i, -4+i, -1+i, -1-i recorrido positivamente. Determine una rama de la raíz cuadrada que sea holomorfa sobre el contorno C, y calcule $\int_C \sqrt{z}\left(\frac{1}{z+2} + \frac{\sinh(z)}{z+2+2i}\right) dz$
3. Hallar el desarrollo de Laurent en la forma $\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n(z-1)^n$ de la función $f(z) = \frac{e^{2z}}{(z-1)^3} + \frac{1}{z}$, válida en un entorno de $z = 1$. Indicar la región abierta de convergencia.
4. Considerando la serie $\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n(z-1)^n$ del punto anterior, decir si convergen, y a qué valores, las series numéricas:

$$\text{A): } \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{a_n}{2^n}, \qquad \text{B): } \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n a_n, \qquad \text{C): } \sum_{n=-\infty}^{\infty} n a_n 2^n$$

5. Se tiene la función $f(z) = \frac{z}{1-Ch^2(z)}$. Clasificar la singularidad $z = 0$ y calcular su residuo.
6. Hallar la parte principal del desarrollo de Laurent de $f(z) = \frac{e^z}{sen(z)(z^2+1)}$ en un entorno de $z = 0$ y su región de convergencia. Justificar adecuadamente.
7. Transformar la región $z = (x, y) \in \mathbb{C} : \{x \geq 0;\ 0 \leq y \leq x;\ |z| \geq 2\}$ mediante $w = z^n$, con $n = 2, 3$.
8. Analizar convergencia y calcular: $\int_0^{\pi} \frac{cos(\theta}{3+cos(\theta)} d\theta$